

سوال ۱۸ عنصر k ام در دو آرایه‌ی مرتب

دو آرایه‌ی مرتب

$$A[1..n], \quad B[1..m]$$

داده شده‌اند. می‌خواهیم عنصر k ام در اجتماع مرتب این دو آرایه را پیدا کنیم، بدون آن‌که کل آرایه‌ی نهایی را بسازیم.

آ) یک الگوریتم Divide and Conquer با مرتبه زمانی $O(\log(n+m))$ ارائه دهید.

ب) الگوریتم خود را روی ورودی زیر اجرا کنید:

$$A = [2, 5, 8, 12, 17], \quad B = [1, 3, 9, 10, 20, 25], \quad k = 7$$

$$A = [a_1, \dots, a_n] \quad B = [b_1, \dots, b_m]$$

* لم: $i+j \leq k$ و $a_i \leq b_j$ ← می‌توان مسئله را برای

$$* \quad A' = [a_{i+1}, \dots, a_n] \quad B = B \quad k' = k - i$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{[a_1, \dots, a_i]}^{i-1} \\ \overbrace{[b_1, \dots, b_j]}^{j-1} \end{array} \quad \text{حالت} \quad k-2 \leq i+j-2$$

$$A \cup B = [c_1, \dots, c_k, \dots, c_{n+m}]$$

\downarrow \downarrow
 i - عدد حذف $\quad i-k$ - این جا

$$\Leftrightarrow \{a_1, \dots, a_i\} \subseteq \{c_1, \dots, c_{k+i}\}$$

آرایه: جواب: $\min(a_i, b_j)$

$$i = \min(|A|, \lfloor \frac{k}{2} \rfloor) \quad j = \min(|B|, \lfloor \frac{k}{2} \rfloor)$$

a_i b_j

$$A = \{a_i\}$$

طبق لم در هر مرحله حداقل $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ از k کم می‌شود

در حالت خاص: کل اعضای A حذف ← در مرحله بعد فقط $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ باقی می‌ماند
 $\rightarrow O(\log k)$

$$T(k) = O(1)$$

$$T(k) \approx T(k_k) + O(1) \Rightarrow T(k) \in O(\log(k))$$

$$O(\log(k)) \leq O(\log(m+n)) \quad k \leq m+n$$

$$T(k) \in O(\log(m+n))$$

۱ ۲ ۳ ۵ ۸ ۹ ۱۰

ب) الگوریتم خود را روی ورودی زیر اجرا کنید:

$$A = [2, 5, 8, 12, 17], \quad B = [1, 3, 9, 10, 20, 25], \quad k = 7$$

$$\rightarrow A_1 = [2, 5], \quad B_1 = [1, 3, 9, 10, 20, 25], \quad k_1 = 4$$

$$\rightarrow A_2 = [2, 5], \quad B_2 = [9, 10, 20, 25], \quad k_2 = 2$$

$$\rightarrow A_3 = [2, 5], \quad B_3 = [9, 20, 25], \quad k_3 = 1$$

۱۰ = جواب