

سوال ۱۹ فاصله ویرایشی

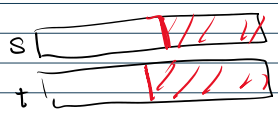
دو رشته s و t به ترتیب با طول‌های m و n داریم. می‌خواهیم با تکرار عملیات‌های زیر رشته s را به رشته t تبدیل کنیم.

عملیات ۱: یکی از حروف رشته s را به دلخواه حذف می‌کنیم. هزینه این عملیات a است.

عملیات ۲: یک حرف به هر جای دلخواه از s اضافه می‌کنیم. هزینه این عملیات b است.

عملیات ۳: یک حرف s را به دلخواه به یک حرف دیگر تغییر می‌دهیم. هزینه این عملیات c است.

الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(nm)$ ارائه دهید که کمترین هزینه مورد نیاز برای تبدیل s به t را محاسبه کند.

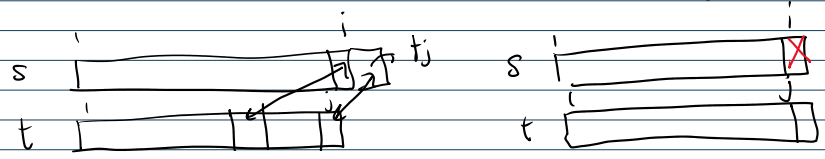
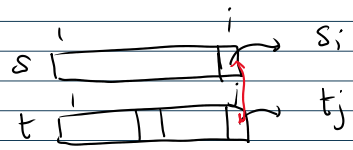


کمترین هزینه مورد نیاز برای تبدیل s به t را $f_{i,j}$ می‌نویسیم

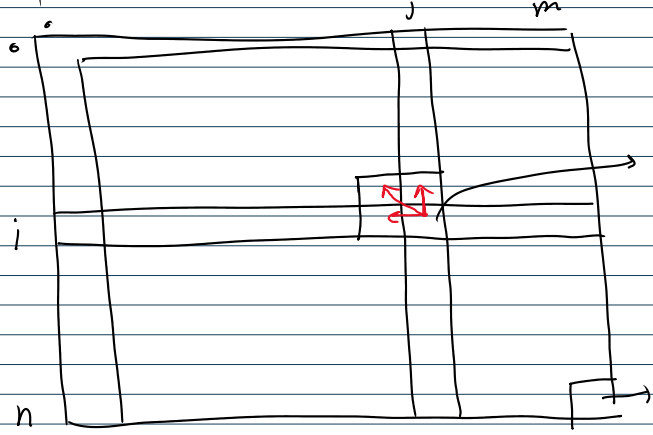
$$f_{i,0} = 0 \quad / \quad f_{i,k} = bk \quad / \quad f_{k,0} = ak$$

$1 \leq k \leq m$ $1 \leq k \leq n$

$$f_{i,j} = \begin{cases} s_i \leftrightarrow t_j : \begin{cases} s_i = t_j : 0 + f_{i-1,j-1} \\ s_i \neq t_j : c + f_{i-1,j-1} \end{cases} \\ s_i \leftrightarrow t_k : b + f_{i,j-1} \\ s_i \rightarrow \text{حذف} : a + f_{i-1,j} \end{cases}$$



$$\Rightarrow f_{i,j} = \begin{cases} s_i = t_j : \min (f_{i-1,j-1}, b + f_{i,j-1}, a + f_{i-1,j}) \\ s_i \neq t_j : \min (f_{i-1,j-1} + c, b + f_{i,j-1}, a + f_{i-1,j}) \end{cases}$$



$(n+1)(m+1)$

$O(nm)$

$f_{i,j}$

$f_{n,m} = ?$