

## سوال ۳۹ – گسترش ناحیهی متصل

صورت سوال

یک گراف بدون جهت همبند با  $n$  رأس و  $m$  یال داده شده است. رأس  $i$  مقدار مثبت  $a_i$  را دارد.

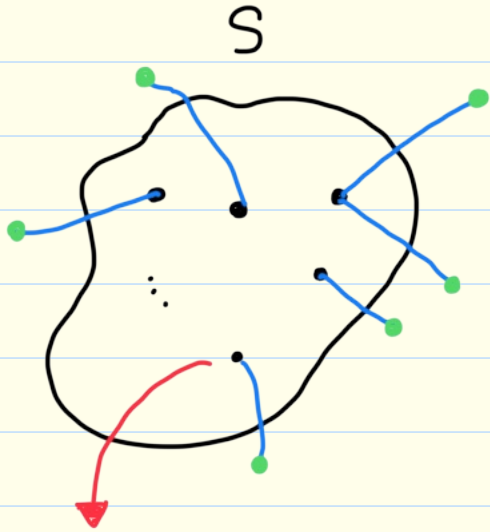
در ابتدا فقط رأس 1 فعال است و قدرت فعلی برابر  $a_1 + x$  است، که  $x$  یک عدد صحیح نامنفی است و قبل از شروع فرایند انتخاب می‌شود.

در هر مرحله می‌توانیم یک رأس غیرفعال را انتخاب کنیم که حداقل یک همسایه‌ی فعال دارد. اگر قدرت فعلی اکیدا بیشتر از مقدار آن رأس باشد، آن رأس فعال می‌شود و مقدارش به قدرت فعلی اضافه می‌شود.

کمترین مقدار  $x$  را پیدا کنید که با آن بتوان همه‌ی رأس‌ها را فعال کرد.

مرتبه‌ی زمانی مورد انتظار:  $O(m \log n)$

\* شبیه دایکترا (نقطه بجاى ناصه رئوس از مبدأ ، وزن خود رئوس را داریم) → Hint



active Nodes

\* we keep the neighbors of  $S$  in a MinHeap.

\* الـ كود :

$x = 0$

$power = a[1]$

$S = \{1\}$

$MinHeap = S$  كود الـ

while  $MinHeap$  is not empty:

$v = MinHeap.pop\_min()$

if  $power < v.weight$

$x += v.weight - power + 1$

$power += v.weight - power + 1$

$S.add(v)$  and  $v.active = True$

$power += v.weight$

for neighbor  $n$  of  $v$  is not active:

$MinHeap.add(n)$

return  $x$

## Time Complexity:

\* we check the all neighbors of each nodes  $\gamma m$  times and if that neighbor isn't in  $S$  we push it

$\hookrightarrow$  pushes  $\leq \gamma m \rightarrow O(m)$  push  $\rightarrow O(m \log n)$   
 $\downarrow$   
 $O(m)$  pop

why does this algorithm give the optimal  $x$  ?

\* at first  $x=0$

greedy

\* at each step, we don't increase  $x$ , unless we forced to.

$\hookrightarrow x_+ = \min$  amount that: power  $>$  smallest neighbor.