

سوال ۲۸ - همه یا هیچ کدام

صورت سوال

یک گراف وزن دار با n راس و m یال داریم. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(nm)$ ارائه دهید که به ازای هر یال این گراف، مشخص کند در کدام یک از دسته‌های زیر قرار دارد.

1. در تمام درخت‌های فراگیر کمینه‌ی این گراف حضور دارد.
2. در بعضی از درخت‌های فراگیر کمینه حضور دارد اما در بعضی حضور ندارد.
3. در هیچ درخت فراگیر کمینه‌ای حضور ندارد.

$$O(m \log m) = O(m \log n^2) = O(m \log n)$$

یا متن یک درخت فراگیر کمینه - مثلا با الگوریتم

dfs روی درخت با $n-1$ یال هم

$O(n)$: یا متن مسیر

$O(n)$: یا متن کمترین یال مسیر

بررسی حوالی یال درخت - به ازای حوالی بین u و v ، بررسی مسیر بین u و v در MST

اگر یال u,v از کمترین یال در مسیر بین u و v در MST کمترین تر بود - یال u,v در هیچ MST حضور ندارد.
 اگر یال u,v با یال در کمترین یال در مسیر بین u و v هم وزن بود - یال u,v در همه یال‌های هم وزن کمترین در مسیر بین u و v در برخی MST حضور دارند.
 که یا متن از $O(n)$

یا متن در $O(m)$

یال‌های بدون حضور در MST و یال‌های حاضر در برخی MST را بررسی می‌کنیم - سایر یال‌ها در تمامی MST حاضرند.

تشکیل درخت : $O(m \log n)$

عملیات روی حوالی : $O(n)$ - عملیات روی تمامی یال‌ها : $O(mn)$ در کجاست : $O(mn)$

بررسی سایر یال‌ها : $O(m)$