

# سوال ۲۰ - پروژه

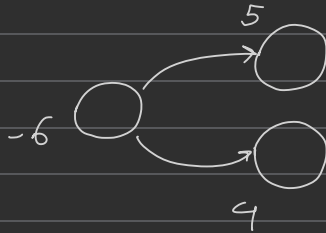
صورت سوال

به محمد  $m$  پروژه ساختمانی پیشنهاد شده است. می‌دانیم که انجام پروژه  $i$  برای او  $A_i$  واحد سود دارد. البته ممکن است که این عدد منفی باشد که نشان از ضرر است.

برای انجام بعضی از پروژه‌ها لازم است تا قبل از آن مجموعه خاصی از پروژه‌ها انجام شده باشد. به طور دقیق‌تر  $m$  رابطه پیش‌نیازی بین پروژه‌ها داریم. اگر این روابط را با گراف جهت‌دار مدل کنیم، گراف حاصل بدون دور خواهد بود.

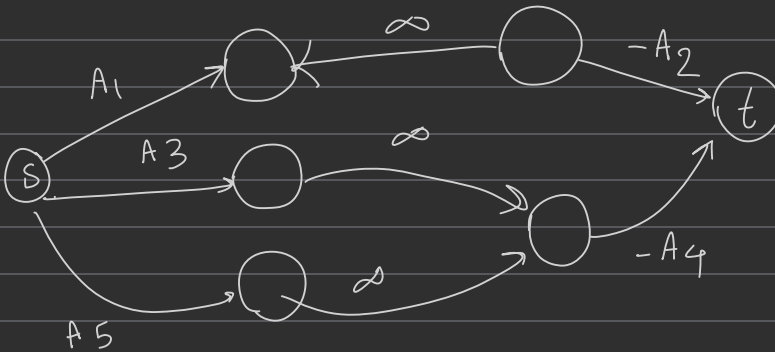
حال به محمد کمک کنید تا تعدادی از پروژه‌ها را انتخاب کند تا انجام دهد که سودش بیشینه شود و شرط‌های پیش‌نیازی نیز برقرار باشد.

flow



حل سوال با dp!

DAG!



گراف جریان

جواب نهایی

$$\max \text{profit} = \sum_{A_i > 0} A_i - \min \text{cut}$$

برای حل این سوال ابتدا لازم است که ظرف پستیازی با وزن های مناسب را بسازیم تا بتوانیم الگوریتم شمارش پستیانه را روی آن اجرا کرد:

یک مبای دیک مقصد  $t$  اضافه می کنیم. اگر  $e \in A_i$  آن به از روی به لو  $i$  یال با وزن  $A_i$  می گذاریم. اگر  $e \in A_i$  آن به از روی  $t$  به لو  $t$  یال با وزن  $-A_i$  می گذاریم. اگر ابعام پروژه  $i$  نیازمند ابعام پروژه  $j$  باشد آن به از روی  $j$  به  $i$  یال با وزن  $+\infty$  می گذاریم.

ابعای کنیم اگر روی این شبکه الگوریتم پیدا کردن شمارش پستیانه یا همان  $\min\text{-cut}$  را اجرا کنیم، آن به از روی  $\min\text{-cut}$

به دست آمده  $S \subseteq V$  باشد، جواب مسئله مجموعی  $\{S\}$  است.  $S$  (cut) را  $(S, T)$  می گویند.

اگر پروژه  $i$  انتخاب شده باشد یعنی  $i \in S$ ، اگر پس نیازش  $n$  انتخاب نشده باشد یعنی  $n \notin S$  آن دست یال  $n \rightarrow i$  از سمت  $S$  به سمت  $T$  قطع می شود و چون وزن آن  $+\infty$  است، گات حلیه  $n \rightarrow i$  می شود.

مجموع وقت به عنوان  $\min\text{-cut}$  اعلام می شود. بنابراین هر جوابی که از  $\min\text{-cut}$  بهایی می گیریم، شرط پس نیازها را رعایت می کند. (اگر  $n \rightarrow i$  باشد گات از سمت  $S$  به سمت  $T$  مسطلی با  $+\infty$  بودن آن ندارد)

**ارتباط cut با سود:** اگر  $e$  های پروژه های مثبت را انتخاب کنیم سود اولیه برابر است با  $\sum_{A_i > 0} A_i$

اگر پروژه  $i$  مثبت را انتخاب کنیم یال  $n \rightarrow i$  قطع می شود و هزینه  $A_i$  گات به اندازه  $A_i$  زیاد می شود.

**سود مثبت  $A_i$  را از دست می دهیم.**

اگر پروژه  $i$  منفی را انتخاب کنیم یال  $n \rightarrow i$  قطع می شود و هزینه  $A_i$  گات به اندازه  $A_i$  زیاد می شود که

یعنی داریم **فتر پروژه‌های منفی را برداشت می‌کنیم**

س پس برای بستن کردن سود نهایی ما یعنی cut capacity رو کم می‌کنیم و در واقع از بارهای زیر به سود بستن

درسم:

$$\max \text{profit} = \sum_{A_i > 0} A_i - \min \text{cut}$$