

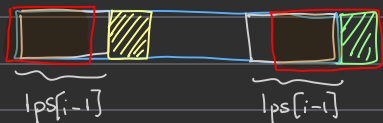
برای پیدا کردن کوتاه‌ترین رشته با k کی با به بیشترین مقدار overlap بین ستم و تکرارش را پیدا کنیم. بهین منظور مسئله تبدیل می‌شود به پیدا کردن ps همان longest prefix-suffix در ستمی P .

فرض کنید $s[1 \dots n]$ رشته‌ای به طول n باشد. برای هر k که $1 \leq k \leq n$ مقدار $|ps[i]|$ را طول بلندترین پیشوند و پسوند مشترک $s[1 \dots i]$ و $s[i-k+1 \dots i]$ می‌باشد. به بیان دیگر $|ps[i]|$ بزرگ‌ترین عدد k است که $s[1 \dots i] = s[i-k+1 \dots i]$ برقرار باشد.

$|ps[i]| = 0$ در نظریه می‌باشد. به ازای هر k که $1 \leq k \leq 2$ فرض می‌کنیم که $|ps[i-1]|$ را داریم. اگر $P[i]$ برابر با $|ps[i-1]| + 1$ باشد آن‌گاه $|ps[i]| = |ps[i-1]| + 1$ می‌شود. فرض کنید $|ps[i-1]| > |ps[i]|$ شود (کادر قرمز در شکل) آن‌گاه می‌توان مقدار بزرگ‌تری (مستقیم هایلایت نارنجی) برای $|ps[i-1]|$ پیدا کرد که ناممکن است.



اگر $P[i] \neq |ps[i-1]| + 1$ آن‌گاه مستقیماً $|ps[i]| < |ps[i-1]| + 1$ است. شکل زیر را در نظر بگیرید:



با توجه به اینکه دو مستقیم هایلایت شده جزئی از ps مربوط به $i-1$ هستند، پس مستقیم هایلایت شده برابر با $|ps[i-1]|$ است. اما اگر انتهای آن با $P[i]$ تمام نشود باید دوباره $|ps|$ بگیریم. این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم که به اندیس 0 برسیم. در این حالت اگر $P[i] = P[1]$ بود آن‌گاه $ps = 1$ و در غیر این صورت $ps = 0$ می‌شود.

به ازای هر دفعه که عقب می‌رویم $|P|$ بار جلو رفته ایم و بدون جلو رفتن نمی‌توان عقب رفت در

سقف کل این فرایند در $O(|P|)$ انجام می‌شود.

بعد از پیدا کردن $|P_S|$ رشته به اندازه $k-1$ بار انتهای رشته که $|P_S|$ از آن برداشته شده راهی اضافه

می‌کنیم. پس کل الگوریتم در $O(|P| + (k-1)(|P| - |P_S|))$ یا $O(k|P|)$ انجام می‌شود.

یک رشته P و یک عدد k داده شده‌اند. می‌خواهیم کوتاه‌ترین رشته‌ای را بسازیم که شامل k کپی از P باشد.
 کپی‌ها می‌توانند روی هم بیفتند. برای مثال، اگر $P = aba$ و $k = 3$ باشد، رشته‌ی $abababa$ شامل سه کپی از P است.
 الگوریتمی با زمان $O(|P| + k)$ ارائه دهید.

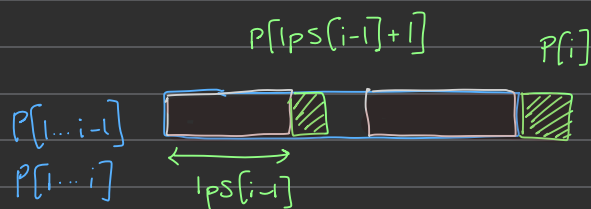


الد

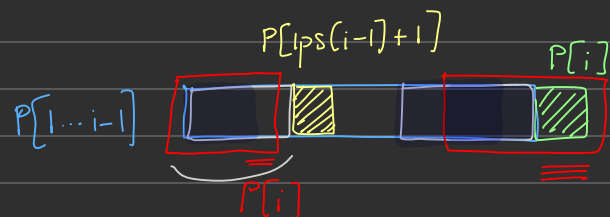
کاهش مسئله به lps

محاسبه‌ی lps در $O(n)$ $|P| > i > 1$ $lps[i]$ $P[1 \dots i]$ $lps[1] = 0$ $n \leq k$

$lps[i] \leftarrow lps[i-1] + ?$



$$lps[i] = lps[i-1] + 1$$



$$lps[lps[i-1]] + 1$$

$\checkmark \rightarrow lps = 1$
 $\times \rightarrow lps = 0$
 $\frac{0}{=} P[1 \dots P[i]]$

$$O(|P|) + O(k-1 (|P| - lps)) \rightarrow \underline{\underline{O(k|P|)}}$$